

Seminar über Experimentalphysik zum Thema:

„Physik der Technischen Lichtquellen“

bei Priv. Doz. Dr. rer. nat. Johannes M. Geurts.
im SS 1993 am I. Physikalischen Institut der RWTH
Aachen.

2. Seminarvortrag über die

„Farbmetrik“
und die
„Photometrischen Grundlagen“

ausgearbeitet und vorgetragen von Magnus Heckt.

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung	1
1	Das Auge	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Der Aufbau des Auges	1
1.3	Der Aufbau der Netzhaut	2
1.4	Konflikt zwischen der Lichtempfindlichkeit und dem Auflösungsvermögen	2
1.5	Die zum Teil bemerkenswerten Eigenschaften des Auges	3
2	Die Farbmeterik	3
2.1	Was ist Farbe?	3
2.2	Gesetze und Ordnungsprinzipien	4
2.3	Die Additive Farbmischung	6
2.4	Die Körperfarben	8
2.5	Die subtraktive Farbmischung	9
2.6	Farben wie Braun	10
3	Ausblicke in die Lichttechnik	10
4	Licht- und Farbmessung	12
4.1	Lichtmessung – Photometrie	12
4.1.1	Das visuelle Photometer	12
4.1.2	Das physikalische Photometer	12
4.2	Die Farbmessung	12
5	Literatur	13
6	Anhang	14
6.1	Die Normspektralwertkurven des XYZ-System der IBK	14
6.2	x-, y-, z-Koordinaten der Spektralfarben der IBK	14
6.3	Komplementäre Wellenlängen in bezug auf Normalweiß E	15
6.4	Farbartkoordinaten des schwarzen Körpers bei verschiedenen Temperaturen	15
6.5	Spektrale Verteilung der Normallichtquellen A, B, und C	16

0 Einleitung

Unser Seminarthema lautet: „Physik der technischen Lichtquellen“. Nachdem letzte Woche Carsten Jäger uns etwas berichtet hat über die „Gesetze der Strahlung“ und bevor wir beim nächsten Mal damit anfangen die einzelnen verschiedenen Lichtquellen zu besprechen, will ich heute einen für unser Seminarthema sehr wichtigen Faktor ins Spiel bringen – den Menschen. Denn dieser ist das Maß aller Dinge in der Lichttechnik. Wie wir alle wissen, registriert der Mensch Licht mit dem Auge! Daher wird der erste Teil meines Vortrages über den Aufbau des Auges und das Auge als optisches Instrument und Sinnesorgan handeln. Wie wissen, daß wir Gegenstände und auch Licht bestimmter Lichtquellen „farbig“ wahrnehmen. Es stellt sich die Frage: „Was ist eigentlich ‚Farbe‘ und gibt es irgendwelche Gesetzmäßigkeiten.“ Damit ist der zweite Teil meines Vortrages umrissen mit dem Themenstichwort „Farbmetrik“. Im dritten Teil will ich dann aufgrund des bis dahin Gelernten ein paar Ausblicke in die allg. Lichttechnik geben. Als Physiker wollen wir natürlich auch was messen. Daher will ich im vierten Teil noch etwas über die Licht- und Farbmessung berichten.

1 Das Auge

1.1 Einleitung

Helmholtz sagte, er würde einen Optiker hinauswerfen, der ihm ein Instrument wie das menschliche Auge brächte, und doch hat er keines nachbauen können [6.1]. Die herausragenden Leistungen des Auges liegen nicht in der Präzision der einzelnen optischen Elemente, sondern in der erstaunlichen Anpassungsfähigkeit des Auges an die verschiedensten Situationen.

1.2 Der Aufbau des Auges

In Abb. 1.1 sehen wir einen Schnitt durch das menschliche Auge. Die zusammengesetzte optische Linse aus Hornhaut (43 dp) und Augenlinse (2–19 dp) [8.1] entwirft ein reales Bild auf dem „Film“ der Netzhaut.

Hinter der Hornhaut ist die Regenbogenhaut-Iris aufgespannt, sie enthält in ihrer Mitte eine kreisförmige Öffnung, genannt Pupille, welche als Blende wirkt. Durch Auf- und Zuziehen der Iris können wir die Leuchtdichte im Auge ohne Zeitverzögerungen (0,4...0,1 s) [3.3] im Bereich von noch nicht einmal zwei Zehnerpotenzen ändern (Pupillendurchmesser: 1–8 mm) [6.1].

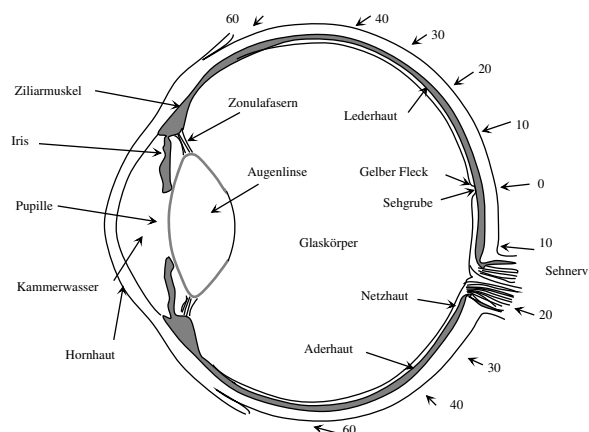


Abbildung 1: Schnitt durch das menschlichen Auge.

1.3 Der Aufbau der Netzhaut

In der Netzhaut (s. Abb. 1.2) liegen etwa 125 Mill. lichtempfindliche Sehzellen [1.1;4.1;8.1], die sog. Stäbchen, und drei leicht verschiedene Spezies der sog. Zapfen. Die Lichtempfindlichkeit wird durch photochemische Prozesse hervorgerufen. Sie unterscheiden sich sowohl in der spektralen (s. Abb. 1.3) als auch in der absoluten Lichtempfindlichkeit.

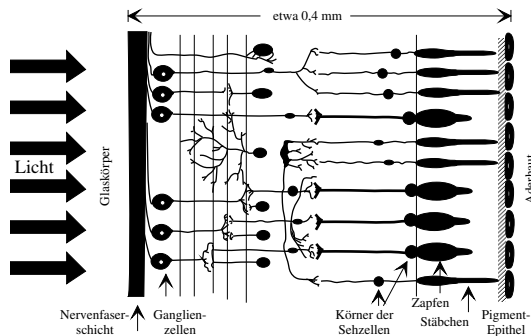


Abbildung 2: Schnitt durch die Netzhaut.

Die Zapfen sind 10 000 [8.1] mal weniger lichtempfindlich als die Stäbchen,

andererseits können wir aber durch das Vorhandensein von drei verschiedenen Arten von Zapfen „farbig“ sehen, das wird Thema im Kapitel „Farbmetrik“.

Bei schwacher Beleuchtung können wir nur mit den Stäbchen sehen. Die Stäbchen unterscheiden jedoch nur Hell und Dunkel. Außerdem kann aber die Lichtempfindlichkeit noch dadurch erhöht werden, indem mehrere Stäbchen und Zapfen, wie in Abb. 1.2 zu sehen, an eine Sehnervenfasern angeschlossen werden. Dieses geht aber auf Kosten des räumlichen Auflösungsvermögens des Auges, genau so, wie bei lichtempfindlichen Filmen die Körnung größer ist als bei weniger lichtempfindlichen Filmen [4.1].

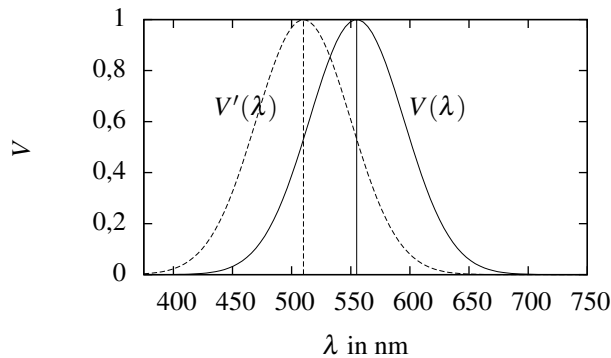


Abbildung 3: Spektrale Lichtempfindlichkeitskurven von Stäbchen $V'(l)$ und Zapfen $V(l)$. [1.2]

1.4 Die Lösung des Auges im Konflikt zwischen der Lichtempfindlichkeit und dem Auflösungsvermögen

Wie hat nun das Auge diesen Konflikt zwischen Lichtempfindlichkeit und Auflösungsvermögen gelöst? Im Auge sind die Stäbchen und Zapfen, wie in Abb. 1.4 dargestellt, verteilt. In der Mitte der Netzhaut gibt es einen Bereich, den sog. Gelben Fleck, in welchem dicht gedrängt nur Zapfen sind, die auch alle eine eigene Sehnervenfasern haben. Die höchste Konzentration an Stäbchen ist ringartig um den gelben Fleck angeordnet. Weiter außen nimmt die Konzentration auch der Stäbchen immer weiter ab und die Anzahl der Stäbchen pro Sehnervenfasern immer mehr zu, so daß oft mehrere tausend Stäbchen an einer Faser hängen.

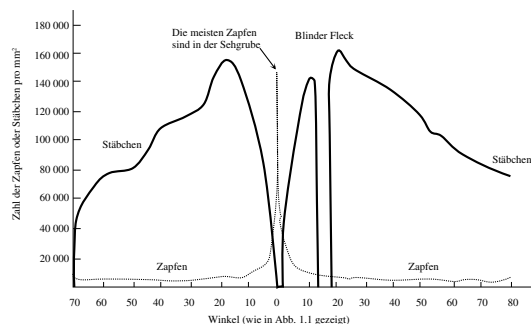


Abbildung 4: Verteilung der Stäbchen und Zapfen am Äquator eines Augapfels [4.1].

Der gelbe Fleck hat ungefähr eine Größe von einem halben Millimeter. Dies entspricht einem Kegel mit einem Öffnungswinkel von $\varphi \approx 3,5^\circ$ (gleichbedeutend mit einem Kreis vom Radius $r \approx 3$ cm in 1 m Entfernung) [9.1]. Dies ist aber nur eine ungefähre Größe, weil es keinen abrupten Übergang gibt (s. Abb. 1.4).

1.5 Die zum Teil bemerkenswerten Eigenschaften des Auges

1. Das Auge besitzt zwei verschiedene Lichtempfindlichkeitssysteme. Das System der Zapfen für „Tagsehen“ – das sog. helladaptierte Auge und das System der Stäbchen für „Nachtsehen“ – das sog. dunkeladaptierte Auge. Dies entspricht einem feinkörnigen Farbfilm und einem grobkörnigen Schwarzweißfilm [4.1]. Durch dieses Zusammenspiel von den Stäbchen und Zapfen ist der wahrnehmbare Strahlungsdichtebereich fast 15 Zehnerpotenzen groß! Größer als bei jedem anderen physikalischen Gerät [6.1]. Das heißt aber nicht, daß immer der gesamte Bereich von den 15 Zehnerpotenzen zu Verfügung steht. Wir müssen uns z. B. erst an die Dunkelheit gewöhnen, wenn wir aus dem hellem Sonnenschein in einen dunklen Keller gehen. Bei jedem bestimmten Adaptionzustand darf eine gewisse Leuchtdichte nicht überschritten werden, sonst tritt Blendung ein z. B. nachts der Gegenverkehr beim Autofahren [3.3;4.1]. Hier raus resultiert, daß die Pupille nur dafür da ist, plötzliche Lichtstärkeschwankungen im Bereich von 10^2 auszugleichen (und natürlich auch für die Tiefenschärfe). Die minimale Lichtmenge, die wir noch so gerade beim vollständigen dunkel-adaptierten Auge registrieren, sind nur 2–3 Photonen mit $\lambda \approx 510$ nm (wie beim Geiger-Müller Zählrohr) [10]. Die „510 nm“ weisen noch einmal auf die spektral unterschiedliche Lichtempfindlichkeit der Zapfen und Stäbchen hin (s. Abb. 1.3), welche die Einführung der lichttechnischen Größen (aus Vortrag 1) erforderlich macht.

2. Das räumliche Auflösungsvermögen ist im Bereich des gelben Fleckes am größten, so daß wir auch nur in diesem Bereich richtig scharf sehen. Daher rastern wir beim Tagsehen unbewußt unser Blickfeld ab. Mit dem Rest der Netzhaut fangen wir nur grobe Eindrücke auf, vor allem Bewegungen, welche wir daraufhin abrastern [3.3;4.1].

3. Bei Dunkelheit, d. h. beim Nachtsehen, sind die Zapfen unempfindlich, so daß wir keine Farben sehen können – „Nachts sind alle Katzen grau!“ [1.1,4.1] Desweiteren ist der Gelbe-Fleck-Bereich tot, so daß wir wenn wir z. B. das „Reiterlein“ im Sternbild des „Großen Wagen“ (s. Abb. 1.5) sehen wollen, niemals direkt, sondern immer etwas nebenher schauen müssen (Sehtest bei den Römern).

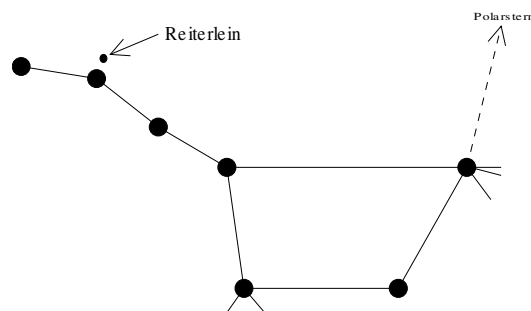


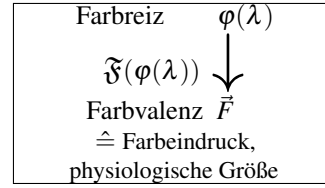
Abbildung 5: Das Sternbild des Großen Wagens.

2 Die Farbmatrik

2.1 Was ist Farbe?

Farbe ist eine reine Sinneswahrnehmung, welche im Gehirn entsteht! Also keine physikalische Eigenschaft eines Körpers wie Masse, Volumen, Form, usw. Ohne unser Auge und Gehirn hat der Begriff „Farbe“ überhaupt keine Existenzberechtigung.

Wie ich eben schon erwähnt habe, hat das Auge drei Zapfenarten mit jeweils einer spezifischen spektralen Empfindlichkeitskurve $p(\lambda), d(\lambda), t(\lambda)$, welche beim „Tagsehen“ aktiv sind [1.5;2]. Je nachdem, welche Zapfenart wieviel durch den Farbreiz $\varphi(\lambda)$ angeregt wird (Auge), empfinden wir einen bestimmten Farbeindruck (Gehirn), welchen wir Farbvalenz \vec{F} nennen wollen. Der Farbreiz $\varphi(\lambda)$ ist die ins Auge fallende spektrale Strahlungsleistung, also das Energiespektrum des Lichtes [1.5]. Der Sonnenlicht-Farbreiz z. B. besteht aus einem kontinuierlichen Spektrum des VIS und löst die Farbvalenz „weiß“ aus.



2.2 Gesetze und Ordnungsprinzipien

Für Physiker stellt sich hier natürlich die Frage, ob es nicht bestimmte Gesetze und Ordnungsprinzipien gibt, d. h. speziell: Wie sieht die Beziehung zwischen dem Farbreiz $\varphi(\lambda)$, der physikalischen Größe, und der Farbvalenz \vec{F} , der physiologischen Größe, aus?

Im VIS gibt es „∞“ viele Wellenlängenbereiche $(\lambda + d\lambda)$, welche im Spektrum verschieden stark vertreten sind. Daher ist der Farbreiz $\varphi(\lambda) \in \mathfrak{R}^\infty$. Jede Farbvalenz \vec{F} können wir charakterisieren durch drei Parameter $P, D, T (\in \mathfrak{R})$, die die Stärke der Anregung der drei Zapfenarten angeben. Daher ist die Farbvalenz $\vec{F} \in \mathfrak{R}^3$.

Wir suchen daher folgende Funktion:

$$\mathfrak{F} : \mathfrak{R}^\infty \rightarrow \mathfrak{R}^3, \quad \vec{F} = \mathfrak{F}(\varphi(\lambda))$$

Die Zapfenanregungswerte P, D, T errechnen wir mit Hilfe des spektralen Farbzeiges $\varphi(\lambda)$ und der spektralen Empfindlichkeitskurven der Zapfen $p(\lambda), d(\lambda), t(\lambda)$ folgendermaßen: Somit können wir die Farbvalenz \vec{F} als dreidimensionalen Vektor mit den Komponenten der Zapfenanregungswerte $P, D, T (\in \mathfrak{R})$ im Basissystem $\{\vec{\mathfrak{P}}, \vec{\mathfrak{D}}, \vec{\mathfrak{T}}\}$ darstellen. Hierbei sind $\vec{\mathfrak{P}}, \vec{\mathfrak{D}}, \vec{\mathfrak{T}}$, die Grundfarbeindrücke, bei Anregung einer einzelnen Zapfenart [1.5]:

$P = \int_{VIS} \varphi(\lambda) \cdot p(\lambda) d\lambda$
$D = \int_{VIS} \varphi(\lambda) \cdot d(\lambda) d\lambda$
$T = \int_{VIS} \varphi(\lambda) \cdot t(\lambda) d\lambda$

$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= \begin{pmatrix} P \\ D \\ T \end{pmatrix} \leftarrow \mathfrak{F}(\varphi(\lambda)) \\
 &= \underbrace{K_m}_{\text{Norm. VIS}} \cdot \int \underbrace{\begin{pmatrix} p(\lambda) \\ d(\lambda) \\ t(\lambda) \end{pmatrix}}_{\substack{\text{spektrale} \\ \text{Zapfenempfindlichkeit}}} \cdot \underbrace{\varphi(\lambda)}_{\substack{\text{spektr.} \\ \text{Farbreiz}}} d\lambda \quad \text{im Basissystem } \{\vec{\mathfrak{P}}, \vec{\mathfrak{D}}, \vec{\mathfrak{T}}\} \\
 &= P \cdot \vec{\mathfrak{P}} + D \cdot \vec{\mathfrak{D}} + T \cdot \vec{\mathfrak{T}}
 \end{aligned}$$

Die Empfindlichkeitskurven der Zapfen sind das Überleitungsglied vom physikalischen Geschehen, dem Farbreiz $\varphi(\lambda)$, zum biologischem, das zur Farbvalenz \vec{F} und letztlich zur Farbempfindung führt. Wir können die Kurven nur experimentell ermitteln, durch Versuche mit vielen Menschen (Normmensch) [1.5].

Durch diesen Kunstgriff haben wir die Farbmatrik auf die Lineare Algebra zurückgeführt. Aus diesem Grund können wir viele Eigenschaften der Farbmatrik aus den uns bekannten Gesetzen der Linearen Algebra herleiten.

Eine Eigenschaft der Linearen Algebra ist, die Möglichkeit von Basistransformationen. Daher gilt für die Farbmeterik: Es ist unwichtig ob die Basisvektoren mit den realen Zapfenarten übereinstimmen! Denn wir können ja mit Hilfe von Basistransformationen von der einen zur anderen Basis überwechseln. Das einzige, was in diesem Zusammenhang wichtig ist, ist die Zuordnung von korrekten spektralen Empfindlichkeitskurven $p(\lambda), d(\lambda), t(\lambda)$ zu den Basisvektoren $\{\vec{\mathfrak{P}}, \vec{\mathfrak{D}}, \vec{\mathfrak{T}}\}$. Und diese können nur durch Messungen bei vielen Leuten herausgefunden werden. Wobei es wiederum nicht wichtig ist, für welches Basissystem man diese durchführt.

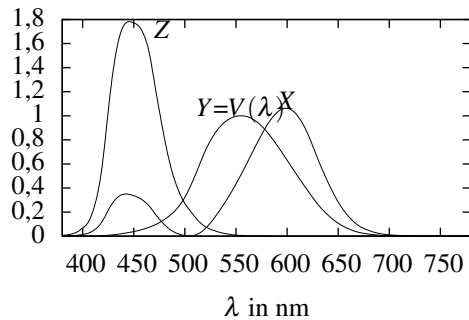
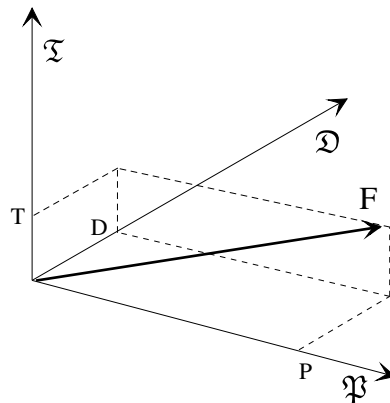


Abbildung 6: Normspektralwertkurven

Für das sog. XYZ-Normvalenz-System der IBK (Internationalen Beleuchtungs-Kommission) ergeben sich folgende Empfindlichkeitskurven (s. Abb. 2.2, tabelisiert im Anhang 6.1). Dabei sind $x(\lambda), y(\lambda), z(\lambda)$ die spektralen Empfindlichkeitskurven zu dem Basissystem $\{\vec{\mathfrak{X}}, \vec{\mathfrak{Y}}, \vec{\mathfrak{Z}}\}$. [1.5]

Für das sog. XYZ-Normvalenz-System der IBK (Internationalen Beleuchtungs-Kommission) ergeben sich folgende Empfindlichkeitskurven (s. Abb. 2.2, tabelisiert im Anhang 6.1). Dabei sind $x(\lambda), y(\lambda), z(\lambda)$ die spektralen Empfindlichkeitskurven zu dem Basissystem $\{\vec{\mathfrak{X}}, \vec{\mathfrak{Y}}, \vec{\mathfrak{Z}}\}$. [1.5]

Graphisch können wir also die Farbvalenzen \vec{F} in einem dreidimensionalen Farbraum, welcher durch die drei Basisvektoren $\{\vec{\mathfrak{P}}, \vec{\mathfrak{D}}, \vec{\mathfrak{T}}\}$ aufgespannt wird, darstellen (s. Abb. 2.3) [1.5;2]. Wegen der Dreidimensionalität können wir das Diagramm nicht zur Anschaulichkeit mit Farben füllen. Die absolute Helligkeit H der Farbvalenz \vec{F} ist $H = h_P \cdot P + h_D \cdot D + h_T \cdot T$ (Abneysches Gesetz) (h_P, h_D, h_T hängen vom speziellen Basisvektorsystem ab), und nicht wie man zu erst vermuten könnte der Betrag von \vec{F} . [1.5].



$$\hat{F}(p, d) \text{ mit } p = \frac{P}{P+D+T}, d = \frac{D}{P+D+T}, t = \frac{T}{P+D+T} \text{ und } p+d+t=1$$

Daher gibt es wegen der Linearität dieser Gleichung eine Schar von parallelen Ebenen konstanter Helligkeit H , durch die jeder Farbvalenzvektor \vec{F} geht (s. Abb. 2.4). Für ein Ordnungssystem ist die absolute Helligkeit H nicht von entscheidender Bedeutung, und somit ist der Verlust dieser Information für uns nicht schmerzhaft. Daher fassen wir alle Farbvalenzen \vec{F} die sich nur in ihrer Helligkeit H unterscheiden, zu einer neuen nur noch zweidimensionalen Größe, zusammen, der sog. Farbart \hat{F} [1.5]!

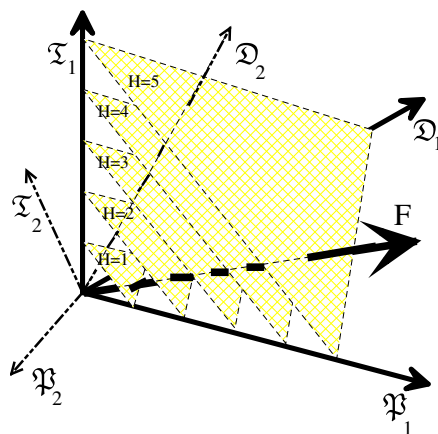


Abbildung 7: Ebenen konstanter Helligkeit

Graphisch geschieht dies, indem wir eine Helligkeitsebene aus dem Farbraum auswählen, durch die alle sichtbaren Farbvalenzvektoren \vec{F} gehen; denn die Wertemenge von $\mathfrak{F}(\varphi(\lambda))$ ist nur eine Teilmenge vom \mathfrak{R}^3 . Die Farbarten sind dann die Schnittpunkte der Farbvalenzen \vec{F} mit der Ebene, so daß alle Farbvalenzvektoren \vec{F} , die sich nur in der Länge unterscheiden, zu einer Farbart \hat{F} gehören. Charakterisiert werden die Farbarten durch die p - und d -Koordinaten der p - d -Ebene (s. Abb. 2.5). Der Bereich des sichtbaren Lichtes der Farbartenebene wird das Farbdreieck genannt, welches man im allg. alleine und farbig zeigt [1.5;2].

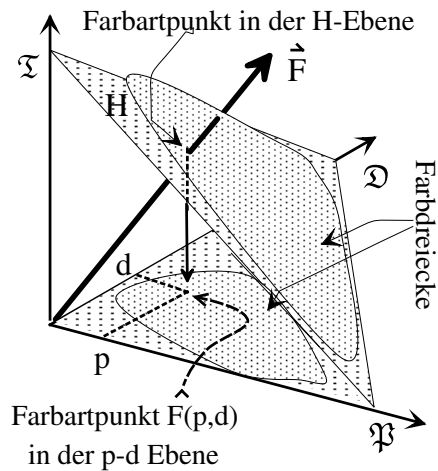


Abbildung 8: Die Farbartenebene + Farbdreieck

Für das XYZ-Normvalenzsystem erhalten wir auf diese Weise in Abb. 2.6 gezeigte Farbdreieck. Damit haben wir die Grundlagen geschaffen, um nun mit Hilfe der Linearen Algebra und des Farbdreiecks die Eigenschaften der Farbe bzw. Farbmotrik zu erläutern!

Es ist eine altbekannte Tatsache, daß man durch Mischen von Farben neue Farben herstellen kann. Hierbei müssen wir zwei grundlegend verschiedene Mischungssysteme unterscheiden: die sog. additive und die sog. subtraktive Farbmischung!

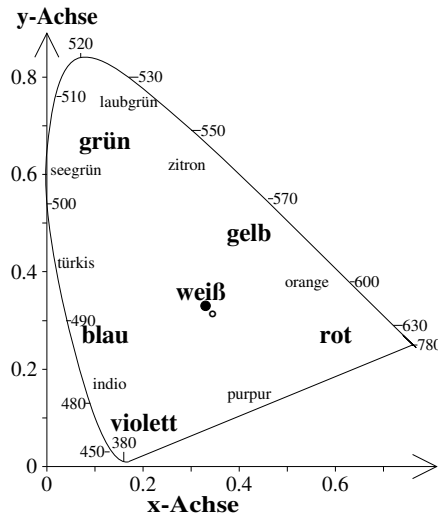


Abbildung 9: Das Farbdreieck im XYZ-Normvalenzsystem Im Vortrag farbig aus [4.3] sonst [1.5;2;4.2;5.1;6.2]

2.3 Die Additive Farbmischung

Bei der additiven Farbmischung haben wir mehrere selbstleuchtende Lichtquellen mit den Farbzeiten $\varphi^1(\lambda) \dots \varphi^N(\lambda)$, welche einzeln betrachtet die Farbvalenzen $\vec{F}^1 \dots \vec{F}^N$ erzeugen. Mischen wir nun die Farbzeiten, indem wir sie z. B. auf eine „weiße“, d. h. 100 % reflektierende, Leinwand projektieren oder sie gleichzeitig auf einen Bereich der Netzhaut scheinen lassen wie beim Fernseher, so addieren sich die Farbzeiten und erzeugen eine neue Farbvalenz \vec{F} .

φ_λ^1	+	...	+	φ_λ^N	=	φ_λ
$\downarrow \mathfrak{F}$				$\downarrow \mathfrak{F}$		$\downarrow \mathfrak{F}$
\vec{F}^1	+	...	+	\vec{F}^N	=	\vec{F}

Ungeachtet dessen müssen wir wegen der Linearität der Farbmessung (Lineare Algebra) beim Zusammenmischen dieser Farbvalenzen gar nicht auf die Ebene der Farbreize zurückgehen, sondern können direkt die Farbvalenzen zusammenaddieren (Vektoraddition) (s. Gleichung 2.5) [1.5;2].

Im Farbraum liegen alle Mischfarbvalenzen, die sich aus zwei anderen Farbvalenzen mischen lassen, auf einer Ebene (Lineare Algebra), im Farbdreieck auf einer Geraden (s. Abb. 2.7). Die genaue Lage hängt von der Helligkeit der beiden Farbvalenzen ab.

Die Mischfarbarten, die sich aus drei anderen Farbart mischen lassen, liegen im Farbdreieck in einem Dreieck (s. Abb. 2.7). Bei noch mehr Mischfarben bilden sie im Farbdreieck konvexe Polygone höheren Grades [1.5;2].

Ein paar Beispiele und Eigenschaften von Farben:

Mischen wir z. B. Licht aller sichtbarer Wellenlängen so zusammen, daß $(N_i \cdot h\nu_i = \text{konst.}, (N_i = \text{Anzahl der Photonen}))$ ist, nämlich das sog. „Spektrum gleicher Energie“, so erhalten wir die (definierte) Farbart „Weiß“ (bezeichnet mit „ \hat{E} “) [2]. Diese können wir aber auch dadurch herstellen, indem wir die Farbart \hat{F}' und \hat{F}'' im richtigen Helligkeitsverhältnis zusammen mischen. (s. Abb. 2.8) [1.5;2]

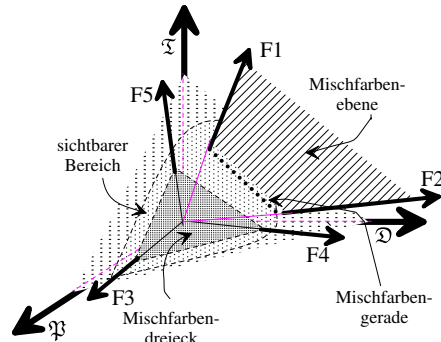


Abbildung 10: Mischfarbene, -gerade und -dreieck

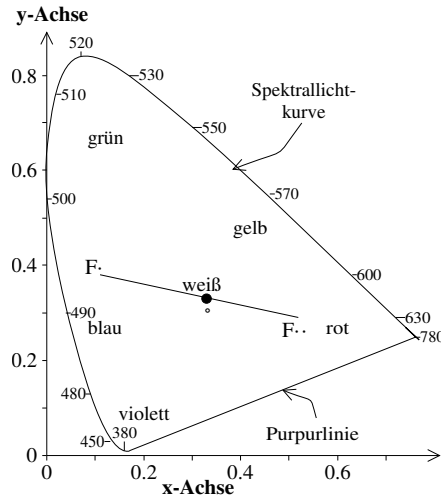


Abbildung 11:

Die Farbart des Spektrallichtes liegen im Farbdreieck auf der U-förmigen, konvexen Kurve (dies ist ein von der Natur gewollter Zufall, es hätte auch anders sein können). Die x-, y-, z-Koordinaten der Spektralfarbart sind im Anhang 6.2 tabelisiert. Aufgrund der Konvexität der Kurve und der Voraussetzung, daß alle mischbaren Farbart innerhalb des Farbmischpolygons sind, können wir keine spektrale Farbart mit Hilfe anderer zusammenmischen! (s. Abb.2.9) Wir sagen, daß diese Farbart 100 % gesättigt sind. Dies gilt auch für die gerade Abschlußlinie des Farbdreiecks, die sog. Purpurlinie (s. Abb. 2.8). Auf ihr liegende Farbart, die aus der Mischung (daher eine Gerade) von den Spektralfarbart 380 nm und 780 nm hervorgehen. [1.5;2]

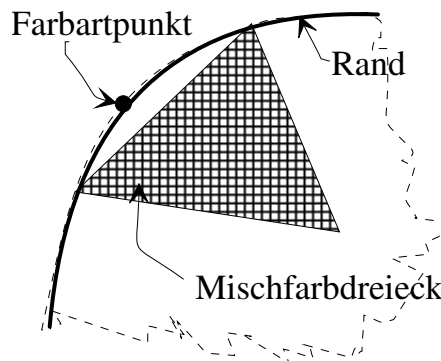


Abbildung 12:

Mischen wir nun eine Spektralfarbart z. B. von monofrequentem Natrium-Dampflicht ($\gg 589$ nm) mit Weißlicht \hat{E} , so erhalten wir z. B. \hat{F}''' , ein helles Gelb. (s. Abb. 2.10) Wir sehen, daß dies nicht nur mit diesem hellen Gelb geht, sondern, daß wir jede Farbvalenz auch dadurch herstellen können, indem wir sie aus einer monofrequenten Farbart und der Farbart Weiß \hat{E} zusammenmischen. Daher können wir jede Farbvalenz auch charakterisieren durch ihren Farbton, gegeben durch die „Farbton gleiche Wellenlänge λ_d “, dem Sättigungsgrad, d. h. wieviel Weiß wurde hinzu gemischt, und ihrer absoluten Helligkeit (bzw. Leuchtdichte). Wiederum drei Werte! Im Beispiel mit dem Natrium-Dampflicht ist $\lambda_d = 589$ nm die „Farbton gleiche Wellenlänge“ (s. Abb. 2.10 -FNa 589) [1.5;2;4.2].

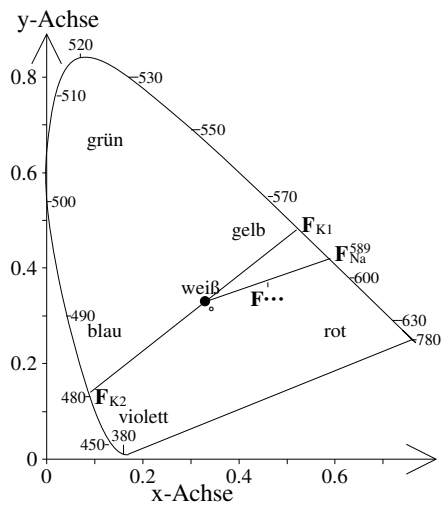


Abbildung 13:

Farbtöne, welche im Farbdreieck gegenüber liegen, d. h. deren Verbindungslinie durch geht \hat{E} , heißen Komplementär-Farben. Sie erzeugen zusammen im richtigen Helligkeitsverhältnis das Weißlicht \hat{E} , wie F_{K1} und F_{K2} in Abb. 2.10. [1.5;2;4.2]. Im Anhang 6.3 sind diese Komplementärfarbartarten tabelisiert.

Für die Mischung ist es vollkommen ohne Belang, woraus das Weiß \hat{E} besteht. Das Ergebnis einer additiven Farbmischung wird durch die beteiligten Farbvalenzen eindeutig bestimmt (2. Graßmannsches Gesetz) [1.5;2].

„Farben“ gleicher Farbvalenz, welche durch unterschiedliche Farbreize hergestellt sind, nennt man bedingt gleiche Farben. Diese werden bei der subtraktiven Farbmischung noch einmal sehr wichtig. Das Vorhandensein der „bedingt gleichen Farben“ versteht man sofort, wenn man bedenkt, daß die mathematische Abbildung des Farbreizes $\varphi(\lambda)$ auf die Farbvalenz \vec{F} eine Funktion von $\mathfrak{R}^\infty \rightarrow \mathfrak{R}^3$ ist, wobei immer Informationen verlorengehen und man die Funktion nicht umkehren kann, so daß wir nicht von der Farbvalenz \vec{F} auf den Farbreiz $\varphi(\lambda)$ schließen können. Jede Farbvalenz kann durch hunderte von verschiedenen Farbreizen erzeugt werden [1.5;2]!

Ich habe eben von „monofrequentem“ Licht gesprochen, denn das normalerweise gebrauchte Wort „monochromatisch“ hat seine Tücken. In diesem kommt das ganze verbale Duetten der Farbmetrik zum Ausdruck!

Als „monochromatisches Licht“, wörtlich übersetzt „einfarbiges Licht“, wird Licht von nur einer Wellenlänge bezeichnet und das obwohl, wie wir gehört haben, die Farbe (Farbvalenz) ja direkt nichts mit der Wellenlänge (Farbreiz) zu tun hat. Daß wir dieses Licht trotzdem „monochromatisch“ nennen, liegt daran, daß wir es nicht in „Spektralfarben“ zerlegen können. Dabei sollten wir uns aber im klaren sein, daß es z. B. nicht „die Spektralfarbe Gelb“ bzw. „das monochromatische gelbe Licht“ gibt, sondern, daß ein willkürlich von uns vereinbarter Wellenlängenbereich gelb genannt wird. Im Deutschen kennen wir als solche Farben rot, gelb, grün, blau, violett. Es gibt andere Kulturen bei denen die Bereiche anders fest gelegt sind. (Dies hat nichts mit der Festlegung auf einen bestimmtes Farbdreieckssystem zu tun.)

2.4 Die Körperfarben

Bevor ich zu der angekündigten subtraktiven Farbmischung komme, muß ich etwas über die sog. Körperfarben sagen. Bisher haben wir nur selbstleuchtende Lichtquellen behandelt, aber die meisten Gegenstände leuchten nicht selbst im VIS, sondern werden von externen

Lichtquellen angestrahlt. Sie sind jedoch trotzdem farbig! Wie kommen hier die Farben zustande? Wenn Körper angestrahlt werden, so wird das Licht an der Oberfläche remittiert (ungerichtetes reflektieren) bzw. transmittiert (Transmission z. B. bei Filtern). Diese Prozesse sind aber bezüglich der Lichtwellenlänge λ selektiv; d. h. es wird Licht bestimmten Wellenlänge mehr oder weniger absorbiert.

Daher setzt sich der Farbreiz $\varphi(\lambda)$, der von diesen Gegenständen ins Auge gelangt, zusammen aus dem Emissionsspektrums $S(\lambda)$ der Lichtquelle und des spektralen Remissions- bzw. Transmissionsgrades $\beta(\lambda)$ des bestrahlten Körpers. Diesen Farbreiz $\varphi(\lambda)$ verwenden wir dann genau so wie bisher. Die Farbe eines Körpers hängt also nicht nur vom Körper selber ab, sondern auch von dem auftreffenden Licht und nicht zu vergessen von unserer Sinneswahrnehmung, der Ermittlung der Farbvalenz \vec{F} aus dem Farbreiz $\varphi(\lambda)$ [1.5]!

Ein Beispiel:

Stellt euch vor, ihr geht in einen Laden und wollt zwei gleichfarbige Gegenstände kaufen und findet auch zwei gleich grün aussehende. Sehen diese dann bei Sonnenlicht auch gleichfarbig aus? Nicht unbedingt! Angenommen im Laden hinge eine Hg-Hochdrucklampe, deren weißes Licht besteht jedoch nur aus vier sicht-

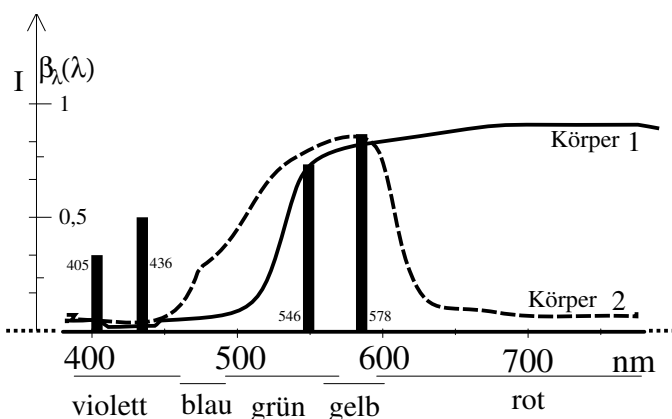


Abbildung 14: Spektrallinien der Hg-Hochdrucklampe und die Remissionsgrade zweier Körper.

baren Spektrallinie (s. Abb. 2.11) [3.2] und nicht, wie das Sonnenlicht aus einem ganzem Spektrum. Nehmen wir weiter an, die spektralen Remissionsfunktionen der beiden Gegenstände sehen so aus wie in Abb. 2.11 dargestellt (fiktiv, aber nicht unrealistisch), so sieht der eine Körper draußen gelb und der andere grün aus. Dieses Phänomen ist wiederum eine Folge von dem Vorhandensein von „bedingt gleichen Farben“, wie hier die der beiden Gegenstände im Hg-Hochdrucklampenlicht. Auch wenn wir gewußt hätten, daß im Laden Hg-Hochdrucklampenlicht ist, so hätten wir auch dann nicht sagen können, wie die beiden Gegenstände im Sonnenlicht aussähen; denn wir können ja bekanntlich nicht von der Farbvalenz \vec{F} auf den Farbreiz $\varphi(\lambda)$ bzw. hier beim Bekanntsein der Emissionsspektren $S(\lambda)$ der Lichtquellen auf den Remissionsgrad $\beta(\lambda)$ schließen! [1.5]

2.5 Die subtraktive Farbmischung

Die subtraktive Farbmischung liegt vor, wenn eine Strahlung $S(\lambda)$ durch mehrere spektrale Transmissions- bzw. Remissionsgrade geschwächt wird, wie dies bei hintereinander liegenden Farbfiltern oder bei der Durchmischung von Farbpigmenten verschiedener Malfarben zu einer neuen Malfarbe ist.

Mathematisch erhalten wir dann den Gesamtremissions- bzw. -transmissionsgrad durch Multiplikation der Einzelnen.

$$\beta(\lambda) = \beta_1(\lambda) \cdot \dots \cdot \beta_N(\lambda)$$

Daher sollte diese Farbmischung eigentlich „multiplikative Farbmischung“ heißen! Auch hier treten wieder die Probleme mit den „bedingt gleichen Farben“ auf!

2.6 Farben wie Braun

Wenn wir uns die im Farbdreieck vor kommenden Farben anschauen, suchen wir vergeblich solche Farbeindrücke wie „braun“, oder „olivgrün“. Dies liegt daran, daß wir bis jetzt nur homogene Farbreize betrachtet haben, d. h. das ein und derselbe Farbreiz das ganze Auge ausfüllt. Die Farbe „braun“ ist aber z. B. ein rötliches Gelb mit heller Umgebung. (Beim Vortrag wird hier zu ein Experiment gezeigt [7.1].)

3 Ausblicke in die Lichttechnik

Als natürliche und wichtigste Lichtquelle haben wir auf der Erde die Sonne. Die Sonne ist ein Temperaturstrahler, dessen Strahlung auf der Erde mit einer Farbtemperatur¹ hauptsächlich zw. 5000 K und 7000 K ankommt. Die Schwankungen kommen durch spektrale Streuungen und Absorptionen in der Erdatmosphäre zustande. Die nachfolgende Tabelle zeigt die mittleren Farbtemperaturen des Tageslichtes für verschiedene Tages- und Jahreszeiten und für verschiedene Bewölkungen. [3.1]

	April und Mai K	Juni und Juli K	Sept. und Okt. K	Nov., Dez. und Feb. K
Direktes Sonnenlicht allein, 9...15 h	5 800	5 800	5 450	5 500
Direktes Sonnenlicht, vor 9 und nach 15 h	5 400	5 600	4 900	5 000
Sonnenlicht und Licht vom klaren Himmel zwischen 9 und 15 h	6 500	6 500	6 100	6 200
Vor 9 und nach 15 h	6 100	6 200	5 900	5 700
Sonnenlicht und Licht von nebligem oder mit leichten Wolken bedecktem Himmel	5 900	5 800	5 900	5 700
Sonnenlicht und Licht vom Himmel, der 25...75 % mit Wolken bedeckt ist	6 450	6 700	6 250	–
Vollständig wolkenbedeckter Himmel	6 700	6 950	6 750	–
Licht von nebligem oder rauchigem Himmel	7 500	8 510	8 400	7 700
Licht von klarem, blauem Himmel zwischen 9 und 15 h	26 000	14 000	12 000	12 000
Vor 9 und nach 15 h	27 000	–	–	12 000

Abbildung 15: Mittlere Farbtemperatur des Tageslichtes für verschiedene Tages- und Jahreszeiten und für verschiedene Bewölkungen. (Licht, das auf eine horizontale Fläche fällt [3.4].)

Daher haben vor allem zwei Gesichtspunkte die Entwicklung moderner Lichtquellen bestimmt:

1. Die Erzielung einer möglichst guten Farbwiedergabe, verglichen mit dem Sonnenlicht – d. h. die Lampen sollen ein Emissionsspektrum über das gesamte VIS haben (nicht so wie unsere vorhin genutzte Hg-Hochdrucklampe) und zudem noch eine Farbtemperatur im Bereich von ≈ 6000 K; 2. die Lampen sollten einen möglichst guten Wirkungsgrad haben, sowohl was die aufgewendete elektrische Leistung als auch was der spektralen Helligkeitsempfindlichkeit des Auges betrifft – d. h. die Lampen sollten möglichst nur im VIS abstrahlen und zudem in diesem Bereich nur um 555 nm, dem Bereich des Maximums der Helligkeitsempfindlichkeitskurve $V(\lambda)$ des Auges. Dafür ist die beim letzten Mal eingeführte Lichtausbeute wichtig.

¹Die Farbtemperatur ist die Temperatur eines schwarzen Körpers in Kelvin (K), bei der dieser Licht der gleichen Farbart aussendet, wie der zu kennzeichnende Strahlers.

$$\eta = \frac{K_m \int_{\text{VIS}} \Phi_\lambda \cdot V(\lambda) \cdot d\lambda}{P} = \frac{\Phi}{P} \quad \text{in} \quad \frac{\text{lm}}{\text{W}}$$

- mit $\Phi \hat{=}$ dem abgestrahlten Lichtstrom
 $\Phi_\lambda \hat{=}$ der spektralen Strahlungsleistung
 $P \hat{=}$ der zur Erzeugung aufgewendeten Leistung

Ein breites Emissionsspektrum bieten vor allem Temperaturstrahler. Im Farbdreieck habe ich die Farbarten von dem Licht Schwarzer Strahler in Abhängigkeit von ihrer Temperatur eingetragen (s. Abb. 3.1) [2]. Tabelliert sind diese im Anhang 6.4. Mit zunehmender Temperatur ändert sich die Farbart vom erst Rötlichen übers Gelbliche und Weißliche bis hin zum Bläulichen. Die Sonne mit ihrer Farbtemperatur zwischen 5000 K und 7000 K hat Farbartpunkte in der Nähe vom definierten Weißpunkt \hat{E} , wir empfinden ihr Licht „weiß“. Aber auch noch Farbtemperaturen zwischen ca. 3000 K (Glühlampen) und 10000 K empfinden wir allein betrachtet noch „weiß“. Bei direktem Vergleich von Glühlampenlicht und Sonnenlicht merken wir aber, daß die Glühlampe gelblicher ist. [2] Daher ist man immer auf der Suche nach künstlichen Temperaturstrahlern im Bereich von 6000 K, da diese auch ihr Emissionsmaximum im Bereich des Maximums der $V(\lambda)$ -Kurve haben.

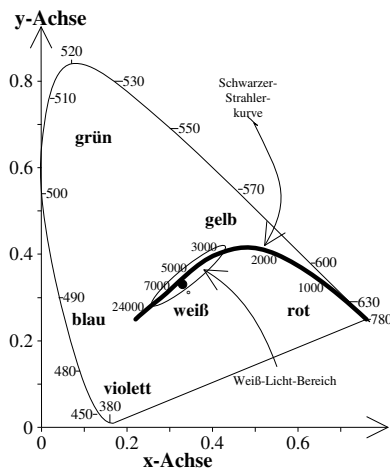


Abbildung 16: Farbartkurve der schwarzen Strahler verschiedener Temperaturen.

Eine Möglichkeit die Lichtausbeute zu verbessern ohne große Verluste bei Farbchtheit zu erleiden wäre, einen Temperaturstrahler zu benutzen dessen Emissionsspektrum wir im Bereich um 555 nm erhöhen; d. h. im Farbdreieck würden wir von der schwarzen Strahler-Kurve in y-Richtung ins Grüne driften. Dieses Licht empfinden wir jedoch als sehr künstlich und unangenehm, da wir nur Licht von Farbarten der schwarzen Strahler-Kurven für normale Lampen als angenehm empfinden. Eine Möglichkeit die Lichtausbeute wirklich zu verbessern, sind die moderne Leuchtstofflampen, die nur im VIS drei Linien haben (s. Abb. 3.2) und nicht noch Energie z. B. in UV abgibt wie die Hg-Hochdrucklampe. Zudem sind diese so gestaltet, daß die Farbart des Lichtes auf der schwarzen Strahler-Kurve ist, also natürlich weiß aussieht. Das Probleme dieser Leuchtstofflampen ist die „richtigen“ Wiedergabe von bunten Gegenständen, wie dies auch die Hg-Hochdrucklampe hat (s. Kap. 2.4 Körperfarben) [5.3].

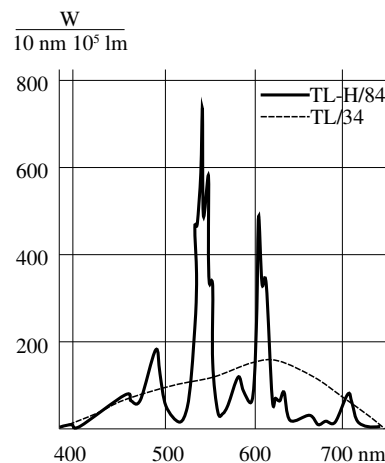


Abbildung 17: Spektrum einer modernen Leuchtstofflampe TL H/84 und einer alten TL/34.

4 Licht- und Farbmessung

4.1 Lichtmessung – Photometrie

Die Besonderheit der Lichtmessung bringt es mit sich, daß hier keine rein physikalischen Größen wie in der Strahlungsphysik gemessen werden können, sondern stets solche mit der Lichtempfindlichkeitskurve des Auges $V(\lambda)$ überlagerten Strahlungsgrößen, wie die Lichtstärke oder der Lichtstrom. Daher liegt es zunächst nahe, Photometer zu bauen, die das menschliche Auge als Strahlungsdetektor nutzen. Solche Photometer nennen wir visuelle Photometer.

4.1.1 Das visuelle Photometer

Da das menschliche Auge nur sehr schlecht absolute Helligkeiten messen kann, benutzt die visuelle Photometrie ausschließlich Abgleichverfahren, da das Auge sehr gut die Gleichheit von photometrischen Größen feststellen kann. Zur Angleichung der Größen benutzt man berechenbare Lichtschwächungssysteme wie einen rotierenden Sektor oder Polarisationsfilter. Das Problem der visuellen Photometer ist, daß jedes Auge etwas anders ist und zudem ermüden kann, so daß das Auge kein immer gleiches Meßgerät ist, wie Helmholtz schon gesagt hat. Daher treten diese immer mehr hinter den physikalischen Photometern zurück.

4.1.2 Das physikalische Photometer

Die physikalischen Photometer enthalten als Kernstück einen Strahlungsempfänger, dessen Wirkung im allgemeinen in der Umsetzung von dem auffallenden Licht in elektrischen Strom besteht, unter Ausnutzung des sowohl inneren als auch äußeren Photoeffekts und des Thermoeffektes, z. B. Photoelement, Photovervielfacher, Photozelle, Thermoelement.

Das Problem bei den physikalischen Photometer ist, daß ihre spektrale Empfindlichkeit an die $V(\lambda)$ -Kurve angepaßt werden müssen. Das gelingt aber auch mit Hilfe von Farbfiltern nicht ideal. Der Vorteil dieser Meßgeräte ist die Direktmessung, höhere Meßgenauigkeit und schließlich die kontinuierliche Einsetzbarkeit.

4.2 Die Farbmessung

Auch hier gibt es wieder die visuellen und die physikalischen Meßmethoden. Die visuellen arbeiten wieder mit dem Vergleich. Hierbei wird versucht die zu messende Farbvalenz durch additive Farbmischung nachzubilden $\vec{F} = r \cdot \vec{R} + r \cdot \vec{G} + r \cdot \vec{B}$. Dabei müssen wir in Kauf nehmen, daß wir nicht die gleiche Farbe, sondern nur eine bedingt gleiche Farbe nachmischen. Uns Physikern liegt es indessen näher, die Farbmessung nicht unmittelbar visuell, sondern spektralphotometrisch zu betreiben, d. h. statt der Farbvalenzen die Farbreize zu messen, die ja wirklich physikalischer Natur sind und von diesen dann aus mit Hilfe der Integrale die Farbvalenzen zu berechnen (welche wir in der Farbmetik besprochen haben). Allerdings wird Farbmessung in den meisten Fällen der Praxis nicht an Lichtquellen, sondern an Körperfarben durchzuführen sein. In diesem Fall kann man meist die experimentell schwierigere Aufgabe einer spektralen Strahlungsmessung auf die einfachere Aufgabe beschränken, den spektralen Remissions- bzw. Transmissionsgrad $\beta(\lambda)$ zu bestimmen. Die eigentlich gesuchten Farbreizfunktionen $\varphi(\lambda)$ erhalten wir dann durch Multiplikation von $\beta(\lambda)$ mit der Strahlungsfunktion $S(\lambda)$ der beleuchtenden Lichtart. Da man für die Farbmessung bestimmte „Normlichtarten“ (A, B, C, D₆₅, E) international vereinbart hat, kennt man die Strahlungsfunktion dieser Normlichtarten genau und hat sie tabelliert (s. Anhang 6.5).

5 Literatur

- [1] Bergmann-Schäfer (Dietrich Hahn, Braunschweig; Manfred Richter, Berlin)
Lehrbuch der Experimentalphysik – Band III – Optik, 7. Auflage
Walter de Gruyter – Berlin-New York 1978
[1.1] S. 123–129; I, 12. Das Auge und einige optischen Instrumente.
[1.2] S. 618–623; V, 10. Der spektrale Hellempfindlichkeitsgrad des Auges und die photometrischen Grundbegriffe.
[1.3] S. 626–632; V, 12. Photometrische Meßmethoden und Meßgeräte.
[1.4] S. 632–634; V, 13. Ausblicke auf die Lichttechnik.
[1.5] S. 641–679; VI Farbmeterik
[1.6] S. 686–690; VI, 15. Verfahren der Farbmessung
- [2] P. J. Bouma
Farbe und Farbwahrnehmung
Philips' Gloeilampenfabriken – Eindhoven, 1951
- [3] Rudolf Sewig
Handbuch der Lichttechnik – Band I+II
Springer – Berlin, 1938
[3.1] S. 54f; B1: Tageslicht – a) Sonnenlicht
[3.2] S. 90; Abb.43
[3.3] S. 249–262; C1: Bau und Wirkungsweise des menschlichen Auges
[3.4] S. 1011; Mittlere Farbtemperatur des Tageslichtes für verschiedene Tages- und Jahreszeiten und für verschiedene Bewölkung
- [4] D. S. Falk – D. R. Brill – D. G. Stork
Ein Blick ins Licht
Springer – Berlin-Heidelberg und Birkhäuser – Basel-Boston-Berlin, 1990
[4.1] S. 149–165; Kap. 5: Das menschliche Auge und sein Sehvermögen I
[4.2] S. 253–288; Kap. 9: Farbe
[4.3] Tafel 9.2
- [5] H. Bahr, Hamburg
Philips Lehrbriefe – Elektrotechnik und Elektronik
Band 2 – Technik und Anwendungen – 8. Auflage
Alfred Hüthig Verlag – Heidelberg, 1984
[5.1] S. 168–174; 5.3. Farbsehen und Farbfernsehen
[5.2] S. 380–382; 11.1. Mensch und Licht
[5.3] S. 391–400; 11.2.4. Lichtfarbe und Farbwiedergabe,
11.2.5. Leuchtstofflampen und Farbklima
- [6] Gerthsen-Kneser-Vogel
Physik, 16. Auflage
Springer – Berlin-Heidelberg-New York-London-Paris-Tokyo-Hong Kong, 1989
[6.1] S. 469ff; § 9.2.9 das Auge
[6.2] S. 547ff; § 11.3.1 Farbe
- [7] R. W. Pohl
Einführung in die Physik – Band III – Optik und Atomphysik, 13. Auflage
Springer – Berlin Heidelberg-New York, 1976
[7.1] S. 295–307, Kap. 19. Lichtsinn und Photometrie
- [8] Meyers großes Taschen-Lexikon in 24 Bänden, 3. Auflage
B.I.-Taschenbuchverlag - Mannheim-Wien-Zürich
[8.1] Stichwort „Auge“
- [9] David H. Hubel
Auge und Gehirn – Neurobiologie des Sehen (deut. Ausgabe)
Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft mbH & Co - Heidelberg 1989
[9.1] 43–66; Kap. 3 das Auge

- [10] Bergmann-Schäfer
Lehrbuch der Experimentalphysik – Band III – Optik, 8. Auflage
Walter de Gruyter – Berlin-New York 1916

6 Anhang

6.1 Die Normspektralwertkurven des XYZ-System der IBK

λ	X	$Y=V_\lambda$	Z	λ	X	$Y=V_\lambda$	Z	λ	X	$Y=V_\lambda$	Z
380	0,0014	0,0000	0,0065	525	0,1096	0,7932	0,0573	675	0,0636	0,0232	
385	0,0022	0,0001	0,0105	530	0,1655	0,8620	0,0422	680	0,0468	0,0170	
390	0,0042	0,0001	0,0201	535	0,2257	0,9149	0,0298	685	0,0329	0,0119	
395	0,0076	0,0002	0,0362	540	0,2904	0,9540	0,0203	690	0,0227	0,0082	
				545	0,3597	0,9802	0,0134	695	0,0158	0,0057	
400	0,0143	0,0004	0,0679	550	0,4334	0,9950	0,0087	700	0,0114	0,0041	
405	0,0232	0,0006	0,1102	555	0,5121	1,0002	0,0057	705	0,0081	0,0029	
410	0,0435	0,0012	0,2074	560	0,5945	0,9950	0,0039	710	0,0058	0,0021	
415	0,0776	0,0022	0,3713	565	0,6784	0,9786	0,0027	715	0,0041	0,0015	
420	0,1344	0,0040	0,6456	570	0,7621	0,9520	0,0021	720	0,0029	0,0010	
425	0,2148	0,0073	1,0391	575	0,8425	0,9154	0,0018	725	0,0020	0,0007	
430	0,2839	0,0116	1,3856	580	0,9163	0,8700	0,0017	730	0,0014	0,0005	
435	0,3285	0,0168	1,6230	585	0,9786	0,8163	0,0014	735	0,0010	0,0004	
440	0,3483	0,0230	1,7471	590	1,0263	0,7570	0,0011	740	0,0007	0,0003	
445	0,3481	0,0298	1,7826	595	1,0567	0,6949	0,0010	745	0,0005	0,0002	
450	0,3362	0,0380	1,7721	600	1,0622	0,6310	0,0008	750	0,0003	0,0001	
455	0,3187	0,0480	1,7441	605	1,0456	0,5668	0,0006	755	0,0002	0,0001	
460	0,2908	0,0600	1,6692	610	1,0026	0,5030	0,0003	760	0,0002	0,0001	
465	0,2511	0,0739	1,5281	615	0,9384	0,4412	0,0002	765	0,0001	0,0000	
470	0,1954	0,0910	1,2876	620	0,8544	0,3810	0,0002	770	0,0001	0,0000	
475	0,1421	0,1126	1,0419	625	0,7514	0,3210	0,0001	775	0,0000	0,0000	0,0000
480	0,0956	0,1390	0,8130	630	0,6424	0,2650	0,0000				
485	0,0580	0,1693	0,6162	635	0,5419	0,2170	0,0000				
490	0,0320	0,2080	0,4662	640	0,4479	0,1750	0,0000				
495	0,0147	0,2686	0,3533	645	0,3608	0,1382	0,0000				
500	0,0049	0,3230	0,2720	650	0,2835	0,1070	0,0000				
505	0,0024	0,4073	0,2123	655	0,2187	0,0816					
510	0,0093	0,5030	0,1582	660	0,1649	0,0610					
515	0,0291	0,6082	0,1117	665	0,1212	0,0446					
520	0,0633	0,7100	0,0782	670	0,0874	0,0320					
								Σ	21,37	21,37	21,37

6.2 x-, y-, z-Koordinaten der Spektralfarben der IBK

λ	x	y	z	λ	x	y	z	λ	x	y	z
380	0,1714	0,0050	0,8209	525	0,1142	0,8262	0,0596	675	0,7327	0,2673	
385	0,1740	0,0050	0,8211	530	0,1547	0,8059	0,0394	680	0,7334	0,2666	
390	0,1738	0,0048	0,8213	535	0,1929	0,7816	0,0255	685	0,7340	0,2660	
395	0,1736	0,0049	0,8215	540	0,2296	0,7543	0,0161	690	0,7344	0,2656	
				545	0,2658	0,7243	0,0099	695	0,7346	0,2654	
400	0,1733	0,0048	0,8219	550	0,3016	0,6923	0,0061	700	0,7347	0,2653	
405	0,1730	0,0048	0,8222	555	0,3373	0,6589	0,0038	bis			
410	0,1726	0,0048	0,8226	560	0,3731	0,6245	0,0024	780	0,7347	0,2653	
415	0,1712	0,0048	0,8231	565	0,4087	0,5896	0,0017				
420	0,1714	0,0051	0,8235	570	0,4441	0,5547	0,0012				
425	0,1703	0,0058	0,8239	575	0,4788	0,5202	0,0010				
430	0,1689	0,0069	0,8242	580	0,5125	0,4866	0,0009				
435	0,1669	0,0086	0,8245	585	0,5448	0,4544	0,0008				
440	0,1644	0,0109	0,8247	590	0,5752	0,4242	0,0006				
445	0,1611	0,0138	0,8251	595	0,6029	0,3965	0,0006				
450	0,1566	0,0177	0,8257	600	0,6270	0,3725	0,0005				
455	0,1510	0,0227	0,8263	605	0,6482	0,3514	0,0004				
460	0,1440	0,0297	0,8263	610	0,6658	0,3340	0,0002				
465	0,1355	0,0399	0,8246	615	0,6801	0,3197	0,0002				
470	0,1241	0,0578	0,8181	620	0,6915	0,3083	0,0002				
475	0,1096	0,0868	0,8036	625	0,7006	0,2993	0,0001				
480	0,0913	0,1327	0,7760	630	0,7079	0,2920	0,0001				
485	0,0687	0,2007	0,7306	635	0,7140	0,2859	0,0001				
490	0,0454	0,2950	0,6596	640	0,7190	0,2810	0,0001				
495	0,0235	0,4127	0,5638	645	0,7230	0,2770	0,0000				
500	0,0082	0,5384	0,4534	650	0,7260	0,2740					
505	0,0039	0,6548	0,3413	655	0,7283	0,2717					
510	0,0139	0,7502	0,2359	660	0,7300	0,2700					
515	0,0389	0,8120	0,1491	665	0,7311	0,2689					
520	0,0743	0,8338	0,0919	670	0,7320	0,2680					

6.3 Komplementäre Wellenlängen in bezug auf Normalweiß \hat{E}

λ	λ'	λ	λ'	λ	λ'	λ	λ'
380	569.7	480	580.4	570	427.4	590	486.8
400	569.7	481	581.4	571	447.6	591	487.2
410	569.8	482	582.5	572	457.1	592	487.6
420	569.8	483	583.7	573	463.5	593	488.0
430	570.1	484	585.0	574	467.8	594	488.3
440	570.5	485	586.6	575	470.8	595	488.7
450	571.2	486	588.4	576	473.3	596	489.0
455	571.7	487	590.6	577	475.2	597	489.2
460	572.4	488	593.0	578	476.9	598	489.5
465	573.3	489	596.1	579	478.3	599	489.7
470	574.7	490	600.0	580	479.6	600	490.0
471	575.1	491	605.1	581	480.6	610	491.7
472	575.5	492	612.8	582	481.6	620	492.6
473	575.9	493	627.3	583	482.5	630	493.1
474	576.4			584	483.3	640	493.5
475	576.9			585	484.0	650	493.6
476	577.4			586	484.6	660	493.8
477	578.1			587	485.2	680	493.8
478	578.8			588	485.8	700	493.9
479	579.5			589	486.3	780	493.9

6.4 Farbortkoordinaten x, y, z des schwarzen Körpers bei verschiedenen Temperaturen im XYZ-System der IBK

T	x	y	z	λ_d	λ	x	y	z	λ_d
100	0,735	0,265	0,000	695	3000	0,436	0,404	0,160	582,9
300	0,734	0,266	0,000	684	3100	0,429	0,401	0,170	582,4
500	0,721	0,279	0,000	641,5	3200	0,423	0,399	0,178	582,1
600	0,708	0,291	0,001	630,8	3300	0,417	0,396	0,187	581,6
800	0,681	0,318	0,001	615,5	3400	0,411	0,393	0,196	581,3
1000	0,652	0,345	0,003	606,7	3500	0,405	0,390	0,205	580,9
1300	0,610	0,379	0,011	598,2	4000	0,380	0,377	0,243	578,9
1500	0,586	0,393	0,021	594,8	4500	0,360	0,364	0,276	576,8
1600	0,573	0,400	0,027	593,1	4800	0,351	0,356	0,293	574,8
1800	0,549	0,408	0,043	590,7	5000	0,345	0,351	0,304	573,2
2000	0,526	0,413	0,061	588,7	5500	0,332	0,341	0,327	
2100	0,515	0,415	0,070	587,8	6000	0,322	0,331	0,347	
2200	0,505	0,415	0,080	587,1	6500	0,313	0,323	0,363	485,2
2300	0,495	0,415	0,090	586,4	7000	0,306	0,316	0,494	483,7
2400	0,486	0,414	0,100	585,9	8000	0,295	0,305	0,400	481,0
2500	0,476	0,414	0,110	585,3	10000	0,280	0,288	0,431	479,1
2600	0,468	0,412	0,120	584,8	24000	0,253	0,253	0,493	477,0
2700	0,459	0,411	0,130	584,3	∞	0,234	0,234	0,526	475,8
2800	0,451	0,408	0,140	583,8					
2900	0,444	0,406	0,150	583,3	2848	0,447	0,407	0,145	583,6

6.5 Spektrale Verteilung der Normallichtquellen A, B, und C

λ	S_A	S_B	S_C	λ	S_A	S_B	S_C	λ	S_A	S_B	S_C
380	9,79	22,40	33,00	525	75,79	90,43	96,78	675	182,1	104,6	85,30
385	10,90	26,85	39,92	530	79,13	92,20	98,00	680	185,4	103,9	84,00
390	12,09	31,30	47,40	535	82,52	94,46	99,94	685	188,7	102,8	82,21
395	13,36	36,18	55,17	540	85,95	96,90	102,1	690	191,9	101,6	80,20
				545	89,41	99,16	104,0	695	195,1	100,4	78,2e
400	14,71	41,30	63,30	550	92,91	101,0	105,2	700	198,3	99,10	76,30
405	16,15	46,62	71,81	555	96,44	102,2	105,7	705	201,4	97,70	74,36
410	17,68	52,10	80,60	560	100,0	102,8	105,3	710	204,4	96,20	72,40
415	19,29	57,70	89,53	565	103,6	102,9	104,1	715	207,4	94,60	70,40
420	21,00	63,20	98,10	570	107,2	102,6	102,3	720	210,4	92,90	68,30
425	22,79	68,37	105,8	575	110,8	101,9	100,2	725	213,3	91,10	66,30
430	24,67	73,10	112,4	580	114,4	101,0	97,80	730	216,1	89,40	64,40
435	26,64	77,31	117,8	585	118,1	110,0	95,43	735	218,9	88,00	62,80
440	28,70	80,80	121,5	590	121,7	99,20	93,20	740	221,7	86,90	61,50
445	30,85	83,44	123,5	595	125,4	98,44	91,22	745	224,4	85,90	60,20
450	33,09	85,40	124,0	600	129,0	98,00	89,70	750	227,0	85,20	59,20
455	35,41	86,88	123,6	605	132,7	98,08	88,83	755	229,6	84,80	58,50
460	37,82	88,30	123,1	610	136,3	98,50	88,40	760	232,1	84,70	58,10
465	40,30	90,08	123,3	615	140,0	99,06	88,19	765	234,6	84,90	58,00
470	42,87	92,00	123,8	620	143,6	99,70	88,10	770	237,0	85,40	58,20
475	45,52	93,75	124,1	625	147,2	100,4	88,06	775	239,4	86,10	58,50
480	48,25	95,20	123,9	630	150,8	101,0	88,00	780	241,7	87,00	59,10
485	51,04	96,23	122,9	635	154,4	101,6	87,86				
490	53,91	96,50	120,7	640	158,0	102,2	87,80				
495	56,85	95,71	116,9	645	161,5	103,0	87,99				
500	59,86	94,20	112,1	650	165,0	103,9	88,20				
505	62,93	92,37	107,0	655	168,5	104,6	88,20				
510	66,06	90,70	102,3	660	172,0	105,0	87,90				
515	69,25	89,65	98,81	665	175,4	105,1	87,22				
520	72,50	89,50	96,90	670	178,8	104,9	86,30				